

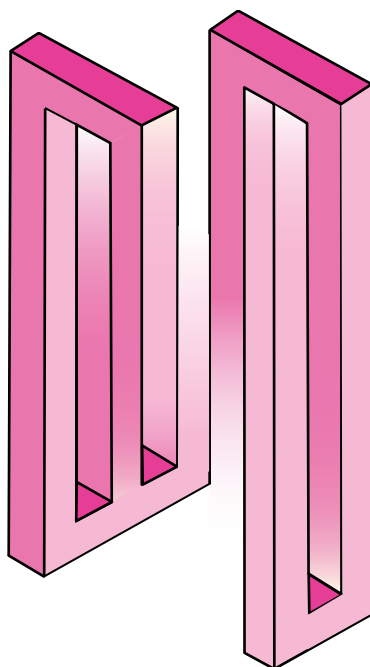
DIDATTICA DELLA MATEMATICA, DISCIPLINA SCIENTIFICA PER UNA SCUOLA EFFICACE

Convegno in videoconferenza

a cura di BRUNO D'AMORE e SILVIA SBARAGLI

Testi delle conferenze generali di:

Pietro Di Martino • Bruno D'Amore • Piergiorgio Odifreddi
Cristina Sabena • Silvia Sbaragli



Pitagora Editrice Bologna

«E così abbiamo creato questo Convegno in videoconferenza, nel quale per la prima volta non ci vedremo tutti simpaticamente accalcati, con giovani studenti fuori dalle porte d'accesso a controllare i pass, e con forti abbracci e strette di mano. Mancherà sicuramente quel vociare allegro, festoso, simpatico che tutti noi adoriamo, ma faremo di tutto per creare un convegno accogliente, profondo e coinvolgente, aspettando di rivedervi di persona nel 2021.

Sarà sempre un convegno che ha come tema la didattica della matematica, disciplina scientifica che si occupa dell'analisi critica di quel che accade nelle aule, quando un docente e i suoi allievi discutono di matematica».

(dalla *Prefazione*)

Bruno D'Amore è docente presso l'Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá

Pietro Di Martino è docente presso l'Università di Pisa

Piergiorgio Odifreddi è stato docente presso l'Università di Torino

Cristina Sabena è docente presso l'Università di Torino

Silvia Sbaragli è docente presso il Dipartimento formazione e apprendimento, SUPSI, Locarno, Svizzera

In copertina: Oscar Reutersvärd, *Impossible figure*, realizzata fra il 1975 e il 1985.

€ 10,00



ISBN 88-371-2126-6



9 788837 121266

DIDATTICA DELLA MATEMATICA, DISCIPLINA SCIENTIFICA PER UNA SCUOLA EFFICACE

Convegno in videoconferenza

a cura di BRUNO D'AMORE e SILVIA SBARAGLI

Testi delle conferenze generali di:

Pietro Di Martino • Bruno D'Amore • Piergiorgio Odifreddi
Cristina Sabena • Silvia Sbaragli



Pitagora Editrice Bologna

Direzione del Convegno

Bruno D'Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Silvia Sbaragli

ISBN 88-371-2126-6

© Copyright 2020 by Pitagora Editrice S.r.l., Via del Legatore 3, Bologna, Italy.

Tutti i diritti sono riservati, nessuna parte di questa pubblicazione può essere riprodotta, memorizzata o trasmessa per mezzo elettronico, elettrostatico, fotocopia, ciclostile, senza il permesso dell'Editore.

Stampa: Pitagora Editrice S.r.l., Via del Legatore 3, Bologna.

<http://www.pitagoragroup.it>

e-mail: pited@pitagoragroup.it

Indice

<i>Bruno D'Amore e Silvia Sbaragli</i> • Prefazione.....	V
--	---

CONFERENZE

<i>Bruno D'Amore</i> • Sugli <i>scivolamenti metadidattici</i> . Alcuni esempi.....	3
<i>Pietro Di Martino</i> • Riflessioni sull'insegnamento della matematica in seguito a una pandemia.....	7
<i>Piergiorgio Odifreddi</i> • I volti dell'infinito.....	11
<i>Cristina Sabena</i> • Saper immaginare e saper vedere in matematica.....	15
<i>Silvia Sbaragli</i> • La complessità nel <i>definire</i> in matematica.....	19

LABORATORI PER LA SCUOLA DELL'INFANZIA, PRIMARIA, SECONDARIA DI PRIMO GRADO

<i>Annamaria Benzi</i> • Matematica creativa in classe: attività sfidanti, cooperative, autovalutabili.....	25
<i>Simona Locatelli e Francesco Locatelli</i> • Giocando si impara: attività per una matematica divertente in classe	27
<i>Sergio Vastarella</i> • In classe con i "Problemi al Centro"	29

LABORATORI PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO E SECONDO GRADO

<i>Fabio Brunelli, Antonella Castellini e Federica Ferretti</i> • Il laboratorio di matematica: riflessioni e idee per pratiche didattiche efficaci.....	33
<i>Giovanna Guidone</i> • È ancora possibile insegnare geometria nella scuola di oggi?.....	35

SEMINARI PER LA SCUOLA DELL'INFANZIA, PRIMARIA, SECONDARIA DI PRIMO GRADO

<i>Anna Aiolfi</i> • Verso la geometria piana: descrivere, costruire, trasformare, muovere la forma geometrica sul piano.....	39
<i>Gianfranco Arrigo</i> • Educazione alla probabilità già dalla primaria	41
<i>Miglena Asenova e Ines Marazzani</i> • Discussioni fra alunni della scuola primaria sul concetto di altezza di un poligono	43
<i>Giorgio Bolondi</i> • Giochi matematici interattivi, a distanza e in presenza.....	45
<i>Antonella Castellini, Chiara Giberti, Alice Lemmo e Andrea Maffia</i> • Il laboratorio di matematica come metodologia verticale.....	47
<i>Anna Cerasoli</i> • Narrativa matematica: un utile supporto alla Teledidattica	49

<i>Donatella Merlo e Elisabetta Vio</i> • Il laboratorio di matematica e le Prove Invalsi....	51
<i>Annarita Monaco</i> • Le strategie dei buoni risolutori nelle convinzioni dei maestri	53
<i>Elisabetta Robotti, Antonella Censi e Laura Peraillon</i> • Calcolo mentale: smontare e rimontare i numeri per lo sviluppo di strategie efficaci	55
<i>Bruno Spechenhauser</i> • Perché la matematica non sia un dramma: viaggio tra giochi, enigmi e curiosità per rendere la matematica più attraente.....	57
<i>Rosetta Zan</i> • “Problemi al centro”: un progetto per la scuola primaria.....	59

SEMINARI PER LA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO E SECONDO GRADO

<i>Chiara Andrà e Peter Liljedahl</i> • Emozioni e apprendimento: nuove prospettive per l'insegnante di matematica	63
<i>Giovanna Bimonte, Francesco Saverio Tortoriello e Ilaria Veronesi</i> • Liceo matematico: un percorso transdisciplinare per interpretare la realtà	65
<i>Laura Branchetti, Luca Lamanna, Carmen Batanero e Maria Magdalena Gea Serrano</i> • Calcolo combinatorio: strade interrotte, deviazioni, scorciatoie e indicazioni nella risoluzione di problemi	67
<i>Michele Canducci</i> • L'incoerenza delle scelte di <i>numero</i> nei libri di testo di geometria	69
<i>Agnese Del Zozzo e George Santi</i> • Contaminazioni digitali dell'aula di matematica. Una proposta per valorizzare gli aspetti comunicativi e relazionali	71
<i>Francesco D'Intino</i> • Valutare senza voto numerico: strumenti e riflessioni di una sperimentazione realizzata nella scuola secondaria di primo grado	73
<i>Martha Isabel Fandiño Pinilla</i> • Storia della matematica in aula e ostacoli epistemologici	75
<i>Michael Lodi, Simone Martini, Marco Sbaraglia e Stefano Pio Zingaro</i> • (Non) parliamo di pensiero computazionale	77
<i>Lorenzo Mazza, Davide Passaro, Antonio Veredice e Annalisa Cusi</i> • Le dimostrazioni senza parole: quale ruolo possono svolgere in un approccio mirato a favorire lo sviluppo di consapevolezza circa il senso dell'attività dimostrativa?	79
<i>Filippo Pallotta, Davide Passaro e Claudio Sutri</i> • Un percorso didattico interdisciplinare sui modelli matematici tramite dei fit dei dati del coronavirus Covid-19 ...	81
<i>Luigi Tomasi</i> • Congettare e dimostrare con l'uso di un software di geometria.....	83

La complessità nel *definire* in matematica

Silvia Sbaragli

Dipartimento Formazione e apprendimento – SUPSI di Locarno, Svizzera

Abstract. *This paper presents the definition, which is the most typical mathematical enunciation. We report some results of a research conducted in Canton Ticino with 440 pupils at the beginning of secondary school. This research shows the difficulties of pupils in conceiving, understanding and formulating the definition. This linguistic act is far from the most usual description and is not always the subject of specific and focused work by teachers.*

Il saper interpretare, comprendere e formulare definizioni sono tra le competenze matematiche auspicate durante la scuola dell'obbligo. La definizione rappresenta un particolare tipo di enunciato sul quale verte buona parte del processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Nei libri di testo dei vari livelli scolastici, i diversi oggetti della matematica sono presentati tramite definizioni espresse nel registro linguistico, accompagnate in alcuni casi da rappresentazioni simboliche, grafiche o figurale, a seconda dell'età degli allievi e dell'ambito matematico coinvolto (Demartini, Fornara, Sbaragli, 2020; Demartini, Sbaragli, Ferrari, 2020). Ma che cosa si intende con *definizione* in matematica? Definire, risulta un atto "naturale" per gli allievi della scuola dell'obbligo? C'è attenzione didattica da parte dei docenti nei confronti della definizione in ambito matematico?³

1. Dal descrivere al definire in matematica

Nella lingua comune l'atto del *definire* non risulta molto distante dal *descrivere*, ma in matematica questi due termini assumono significati diversi l'uno dall'altro. Come asseriscono D'Amore e Fandiño Pinilla (2012, p. 36): «L'etimologia (del termine *descrivere*) è semplice ma problematica: viene dal latino "de" che indica compimento di azione e "scribere", scrivere. Ma sta ad indicare una cosa complessa che è quella di fare sì che un emittente faccia riferimento a fatto, persona, luogo, ... e ne tracci con verosimiglianza una riproduzione in un qualche sistema descrittivo (per esempio semiotico) teso a far sì che il ricevente se ne possa fare un'immagine, un'idea, ... figurale, o schematica, o fotografica che sostituisca l'originale». Dal punto di vista della

³ Il presente contributo si colloca nel contesto della ricerca *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola tra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 del Fondo Nazionale Svizzero per la Ricerca Scientifica), ideata e condotta dai due Centri competenze Didattica della matematica (DdM) e Didattica dell'italiano lingua di scolarizzazione (DILS) del Dipartimento Formazione e Apprendimento (DFA) della Scuola Universitaria Professionale della Svizzera Italiana (SUPSI).

descrizione concepita come atto linguistico, il bambino fin da molto piccolo viene sollecitato a raccontare il mondo che lo circonda e che viene messo in gioco nei diversi contesti, ma in matematica si chiede prevalentemente agli allievi di comprendere e formulare definizioni degli oggetti matematici, non di descriverli. In matematica, l'allievo deve dunque acquisire la competenza di passare dall'atto del descrivere, più libero, personale e vicino alle sue abitudini linguistiche, all'atto più vincolante del definire. Tale passaggio non risulta naturale e intuitivo per gli allievi, soprattutto a causa delle caratteristiche linguistiche specifiche dell'enunciato definitorio matematico.

Nel *definire* si stabilisce il significato di una parola o di una espressione verbale mediante una frase costituita da termini il cui significato si presume già noto. Questa rappresenta la definizione in puro senso aristotelico: *definitio fit per genus proximum et differentiam specificam* (la definizione si esegue aggiungendo al genere prossimo la differenza che lo specifica).

Una caratteristica della definizione è di essere *compatta*: con poche parole si descrivono elementi che in matematica sono spesso una quantità infinita. Ad esempio, nella definizione: "I trapezi sono quadrilateri con almeno una coppia di lati paralleli", vengono contemplate le infinite figure che hanno questa caratteristica. "I trapezi" è detto *definendum*, gli elementi che si vogliono definire, mentre "sono quadrilateri con almeno una coppia di lati paralleli", è il *definiens*, il predicato retto dal verbo essere, che serve a definire. I termini della lingua comune e quelli specialistici ("quadrilateri", "lato" e "paralleli") presenti nel *definiens* dovrebbero essere tutti conosciuti dall'interlocutore. La definizione risulta così *precisa, concisa e densa*, perché in poche battute si forniscono numerose informazioni. È chiaro che queste caratteristiche la rendono allo stesso tempo complessa da essere compresa e gestita da parte degli allievi.

Questo procedimento di definire i singoli termini specialistici di cui si fa uso nel *definiens* non può andare avanti all'infinito; occorre decidere da quali termini si vuole partire in una teoria, lasciandoli privi di definizione esplicita, ma agganciandoli all'intuizione e all'esperienza precedente. Queste parole vengono dette "termini primitivi".

È interessante osservare come, per la matematica elementare, il concetto di definizione non sia mai sostanzialmente cambiato, anche se le singole definizioni dei termini specialistici si sono evolute nel tempo. Oltre alle già menzionate caratteristiche linguistiche, in ambito matematico la definizione ha storicamente sempre avuto la caratteristica di contenere solo informazioni *necessarie e sufficienti*, ossia di non dover risultare ridondante. È stato Aristotele stesso a mettere in evidenza nel suo *Organon* che una definizione, per essere ben fatta, deve essere chiara e non ridondante: «Del non porre la definizione in modo valido vi sono due parti: una consiste nel servirsi di un'espressione oscura (infatti chi definisce deve usare l'espressione più chiara possibile, giacché è al fine di conoscere che viene proposta la definizione); la

seconda si verifica se è enunciato il discorso definitorio di un numero di cose superiore al dovuto: *ché tutto ciò che è posto in aggiunta nella definizione è superfluo*» (Aristotele, 1996, p. 238). Da allora in poi la definizione matematica ha assunto tale caratteristica di *sinteticità* e di *eleganza*; caratteristica che in altre discipline non è ritenuta oggi così vincolante. Quanto espresso permette di evidenziare la differenza di significato che viene attribuita in matematica ai termini *definizione* e *descrizione*: quest'ultimo è spesso caratterizzato dalla sovrabbondanza di informazioni e non viene sostanzialmente utilizzato in ambito matematico.

2. Difficoltà nel definire in matematica

Pur essendo l'insegnamento della matematica particolarmente incentrato sull'atto del definire – ne sono una testimonianza le numerose definizioni presenti nei libri di testo scolastici di matematica fin dalla seconda primaria – non risulta semplice per gli allievi diventarne competenti. In una ricerca attualmente in corso in Canton Ticino, concernente il tema della definizione e basata sulla somministrazione di alcuni item a 440 allievi all'ingresso della scuola secondaria di primo grado, emergono diffuse difficoltà che mettono in evidenza la complessità di tale atto linguistico.

Alla richiesta di scrivere una definizione di quadrilatero, il 29,1% degli allievi risponde in modo corretto. In questa percentuale rientrano anche coloro che non rispettano la caratteristica della definizione richiesta da Aristotele, di non essere ridondante (20,2% degli allievi). Esigenza che è forte nel mondo matematico, ma che è distante dalla prassi degli studenti, abituati a descrivere la realtà che li circonda tramite aggettivi, sostantivi, descrizioni sovrabbondanti che rafforzano ciò che si vuole far percepire all'interlocutore. Alcuni protocolli risultano ridondanti nell'esplicitazione di che cos'è un quadrilatero (categoria chiamata: "essere"), altri nel presentarne le caratteristiche (categoria chiamata: "avere"). L'esempio "Una figura geometrica che è un poligono con 4 lati", risulta ridondante nell'"essere", in quanto per parlare di un quadrilatero bastavano i termini "figura geometrica" o "poligono", mentre il seguente risulta ridondante nell'"avere": "Un quadrilatero è un poligono con 4 lati e 4 angoli", essendo sufficiente dire 4 lati oppure 4 angoli. Altri protocolli risultano ridondanti sia nell'"essere" sia nell'"avere": "Una figura che ha 4 lati e 4 angoli ed è un poligono". Tra coloro che sbagliano a formulare la definizione (41,8%), la maggioranza fornisce informazione scorrette (29,3%), come ad esempio "Una forma con quattro lati tutti uguali", oppure incomplete (11,4%). La maggioranza di questi ultimi sorvola sul verbo "essere", passando direttamente alla descrizione delle caratteristiche delle figure: "Con 4 lati", altri sorvolano sull'"avere": "Il quadrilatero è una forma geometrica, un poligono", altri ancora risultano esemplificativi, ma non definitivi: "Un quadrilatero può essere un rombo, un romboide, un quadrato e un rettangolo. I quadrilateri sono una famiglia

geometrica”. Ci sono inoltre allievi che forniscono informazioni estranee al contesto come “Il quadrilatero è una famiglia di triangoli” (1,1%), non rispondono (27,7%) o dichiarano di non sapere la risposta (1,2%).

Le stesse tipologie di errori ritornano anche in altri item relativi alla definizione, con percentuali di errore anche maggiori, soprattutto quando la richiesta si complica come nel seguente caso: “Daniele ha scritto sul quaderno questa definizione di quadrato: “un quadrato è un quadrilatero con quattro lati della stessa lunghezza e quattro angoli della stessa ampiezza”. La maestra Monica gli dice: “Ci sono tante definizioni di quadrato!”. Aiuta Daniele a trovarne almeno un'altra, e scrivila”.

In questo item solo il 9,5% degli allievi risponde in modo corretto, il 68,7% sbaglia, il 19,5% lo lascia in bianco e il 2,3% esplicita di non saperlo.

Le difficoltà degli allievi emerse in questa ricerca mettono in evidenza la complessità nel saper formulare tale atto linguistico. Pur essendo gli allievi sottoposti al confronto con questo genere di enunciati fin dai primi anni di scolarizzazione, non risulta così facile impossessarsene. Per comprendere e gestire espressioni di questo genere occorrono infatti notevoli competenze matematiche e linguistiche: conoscere il significato dei termini che vi appaiono, padroneggiare i concetti matematici coinvolti, aver dimestichezza con certi costrutti linguistici ecc. Il costo cognitivo di tale operazione rischia di essere molto alto per gli allievi, specie per i più giovani, che tendono a servirsi della lingua in modo narrativo, personalizzato, ricco di verbi, e di una deissi ancorata al tempo e al luogo della comunicazione. Per questa ragione occorre prevedere da parte dei docenti un lavoro profondo, specifico e attento su questo tipo di enunciato, mettendone in evidenza in modo esplicito le caratteristiche e le diversità rispetto alla più generale e frequente descrizione.

Bibliografia

- Aristotele (1996). *Organon. Volume secondo*. A cura di Marcello Zanatta. Torino: UTET.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M.I. (2012). Su alcune D in didattica della matematica: designazione, denotazione, denominazione, descrizione, definizione, dimostrazione. Riflessioni matematiche e didattiche che possono portare lontano. *Bollettino dei docenti di matematica*, 64, 33-46.
- Demartini, S., Fornara, S., & Sbaragli, S. (2020). Se la sintesi diventa un problema. Alcune caratteristiche del linguaggio specialistico della matematica in prospettiva didattica. In J. Visconti, M. Manfredini, L. Coveri (a cura di), *Linguaggi settoriali e specialistici: sincronia, diacronia, traduzione, variazione*. Atti del XV Congresso Internazionale SILFI, Genova, 28-30 maggio 2018 (pp. 487-494). Firenze: Cesati.
- Demartini, S., Sbaragli, S., & Ferrari A. (in corso di stampa). L'architettura del testo scolastico di matematica per la scuola primaria e secondaria di primo grado. *Italiano LugaDue*.

Parole chiave: definizione; descrizione; difficoltà; ridondanza; enunciato.