

## Alcune considerazioni generali sui risultati della prova di matematica del 2015

**Tratto da:** Sbaragli, S., & Franchini, E. (2018). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quinta elementare*. Dipartimento Formazione e Apprendimento – SUPSI. <https://www.supsi.ch/dfa/publicazioni/risorse-didattiche-e-altre-pubblicazioni/didattica-matematica/prove-standardizzate>

Riguardo alla prova standardizzata di matematica del 2015, si è scelto di analizzare da un punto di vista didattico i risultati dei quesiti inerenti l'aspetto di competenza *Matematizzare e modellizzare* (vd. [Prove standardizzate 2015](#)).

Dall'analisi quantitativa dell'intera somministrazione (Crescentini, 2016) è emerso che tale aspetto di competenza ha creato maggiore difficoltà per gli allievi. Per questo, è stato scelto per effettuare un'indagine qualitativa degli ostacoli riscontrati nei protocolli e, successivamente, delle erronee convinzioni emerse dalle interviste realizzate. Da questa analisi si sono riscontrate difficoltà ed errori sistematici commessi dagli allievi e alcuni aspetti positivi che è bene valorizzare. Questi ultimi sono limitati vista la scelta del processo da analizzare.

La schematizzazione del ciclo della matematizzazione presentata a pag. 3 del documento [Matematizzare e modellizzare](#), ha permesso di interpretare l'origine degli errori commessi dagli allievi, inquadrando in modo più specifico le difficoltà emerse.

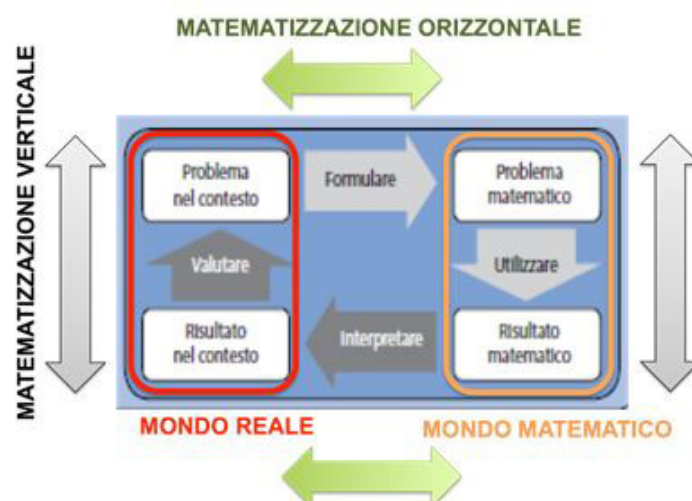


Figura 1. Il ciclo della matematizzazione

I risultati ottenuti confermano le difficoltà degli studenti relative alla risoluzione dei problemi, già evidenziate in letteratura e riportate nel documento [Matematizzare e modellizzare](#).

- I due aspetti seguenti fanno riferimento in modo puntuale alle difficoltà emerse in seno al processo formulare del ciclo della matematizzazione:

*Comprensione della situazione.* Emerge con forza l'importanza del ruolo che riveste il linguaggio nell'apprendimento della matematica e l'influenza che ha la comprensione del testo nella risoluzione di un problema. Dai protocolli si rilevano spesso "comportamenti patologici" a lungo evidenziati dalla ricerca in didattica della matematica. Tra questi spicca un atteggiamento di *lettura selettiva del testo*, orientata alla ricerca di dati numerici da combinare, di parole chiave che suggeriscano il modo di combinarli e della successiva trascrizione del risultato di un algoritmo, senza una lettura profonda del testo e del suo significato. Spesso l'intervista condotta agli allievi di prima media conferma profonde incomprensioni del testo, dovute alla

non conoscenza del significato di alcune parole o alla interpretazione scorretta della situazione proposta. Inoltre, in alcuni quesiti la presenza e la tipologia dell'immagine proposta nel testo ha rappresentato un fattore influente, o addirittura fuorviante, per la scelta consapevole della risposta.

*Trasformazione del testo in un modello matematico.* Come dimostrano le ricerche di Clements (1980), il fallimento degli allievi che non sanno risolvere problemi avviene nelle fasi precedenti all'applicazione delle procedure matematiche. In generale si evince che la fase di matematizzazione orizzontale, e dunque il passaggio dal problema nel contesto al problema matematico, è particolarmente delicata ed è spesso fonte di difficoltà per gli allievi. Infatti, dall'analisi delle risposte errate emergono in vari casi difficoltà nell'individuazione del modello matematico adatto a risolvere il problema. Alla base di tali difficoltà spesso si riscontra una incomprensione delle relazioni numeriche in gioco nella situazione descritta, una incapacità di stabilire collegamenti tra il linguaggio naturale e quello specifico della matematica, e più in generale una incapacità di gestire le diverse rappresentazioni semiotiche di oggetti matematici e di passare dall'una all'altra nella fase di modellizzazione.

- Di seguito si riportano le difficoltà riscontrate nel processo *utilizzare* del ciclo della matematizzazione:

*Risoluzione matematica.* Nella fase di esecuzione delle procedure emergono errori dal punto di vista algoritmico legati ad esempio ai riporti e ai prestiti nelle operazioni, in particolare con numeri decimali, e all'errata concettualizzazione del segno "=", al quale gli allievi tendono ad associare un significato procedurale piuttosto che relazionale. Quest'ultima consuetudine si è dimostrata assai diffusa e radicata e potrebbe sfociare in grosse difficoltà nei livelli scolastici successivi, arrivando persino a inibire l'apprendimento della risoluzione ragionata e consapevole delle equazioni. Inoltre, è emersa una preferenza per il calcolo in colonna piuttosto che in riga, nonostante si osservi come in quest'ultimo caso gli allievi commettano meno errori.

- Si riporta successivamente una sintesi delle difficoltà emerse nella fase *interpretare* del ciclo della matematizzazione:

*Interpretazione dei risultati.* Un altro aspetto che emerge con evidenza da questa analisi è la mancanza di rilettura critica dei procedimenti e dei risultati ottenuti rispetto al contesto della situazione, che dovrebbe in realtà rappresentare una componente importante della risoluzione dei problemi, e più in generale della matematizzazione. Tale importante fase del processo risolutivo viene spesso trascurata dai docenti, e di conseguenza dagli studenti, ed è solitamente legata e influenzata negativamente dalle convinzioni sulle aspettative dell'insegnante e sul senso della matematica stessa. Abituare gli allievi a interpretare criticamente i risultati ottenuti e a contestualizzarli all'interno della situazione di partenza è di certo auspicabile e permetterebbe in molti casi di evitare errori. In questa fase del ciclo della matematizzazione osserviamo non di rado anche una difficoltà legata al comunicare e argomentare, riflettendo sia sul processo di modellizzazione sia sui risultati ottenuti. Il linguaggio gioca un ruolo centrale anche nel processo di esplicitazione dei procedimenti risolutivi, infatti, dalle interviste e dall'analisi dei protocolli sono spesso evidenti difficoltà nel rappresentare verbalmente risorse cognitive e processi messi in atto nella procedura risolutiva di un esercizio/problema. Tali difficoltà sono dovute probabilmente alla scarsa abitudine ad argomentare e giustificare le proprie scelte. È importante che entri nella prassi didattica fin dalla scuola dell'infanzia la consuetudine a esprimere verbalmente osservazioni e considerazioni, spiegazioni di procedure e ragionamenti. Nello sviluppo di tale competenza, l'interazione con gli altri gioca un ruolo fondamentale per affinare la modalità di spiegare a parole; infatti, la necessità di convincere gli altri che il proprio procedimento è corretto, rende sempre più esplicito il pensiero e sempre più precisa la verbalizzazione. Saper comunicare la matematica è un traguardo di

---

competenza specifico che andrebbe curato maggiormente, concentrandosi in particolare sui processi risolutivi piuttosto che sui prodotti. Tuttavia, soprattutto dalle interviste si percepisce una convinzione fuorviante degli allievi nei confronti della matematica, vissuta come disciplina in cui viene richiesto di memorizzare, applicare e restituire un risultato, piuttosto che comprendere, indagare e ragionare sulle strategie.

- La fase valutare del ciclo della matematizzazione non è rientrata nell'analisi dei quesiti in quanto fa riferimento ad un contesto aperto, in cui il problema viene ridefinito sulla base dei risultati ottenuti e vengono ristrutturati i modelli utilizzati in precedenza. La natura di questo processo difficilmente rientra in un utilizzo dei problemi con fini valutativi, come invece avviene per le prove standardizzate.

Va inoltre osservato che la somministrazione di alcuni quesiti agli allievi di prima media ha permesso di evidenziare un fenomeno, già conosciuto in letteratura, relativo ad un peggioramento a volte sensibile delle prestazioni degli allievi che a settembre ricominciano la frequenza scolastica dopo il periodo estivo. Non di rado, dunque, ritroviamo percentuali di risposte errate maggiori in prima media rispetto a quelle di fine quinta elementare.

Oltre agli aspetti di debolezza evidenziati, lo studio di centinaia di protocolli ha fatto emergere un aspetto positivo molto interessante: la presenza di una grande varietà di strategie, procedimenti e rappresentazioni. Una ricchezza che potrebbe essere valorizzata dall'insegnante tramite il confronto e la discussione collettiva, e che consente di mostrare agli allievi come la strada per arrivare a una soluzione non è mai unica.

Le diverse considerazioni riportate in questo documento possono fornire una chiave di lettura delle difficoltà e dei punti di forza che gli allievi dimostrano di possedere nella risoluzione dei problemi e possono essere utilizzate da ogni insegnante per migliorare da un lato la consapevolezza dei propri modelli (impliciti o espliciti) di insegnamento e, dall'altro, la comprensione delle caratteristiche dell'apprendimento dei propri allievi.

---

## **Bibliografia**

- Clements, M. A. (1980). Analysing children's errors on written mathematical tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 11(1), 1–21.
- Crescentini, A. (2016). *Prove standardizzate ticinesi. Matematica nella classe V Scuola Elementare*. Centro Innovazione e Ricerca sui Sistemi Educativi.