

Il processo “Comunicare e argomentare” in matematica

Silvia Demartini e Silvia Sbaragli

Dipartimento formazione e apprendimento – SUPSI, Locarno, Svizzera

Citazione: Demartini, S., & Sbaragli, S. (2022). Il processo “Comunicare e argomentare” in matematica. Progetto “Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quinta elementare – 2022”. Dipartimento formazione e apprendimento. <https://www.mateval.ch/wp-content/uploads/2022/08/Comunicare-e-argomentare.pdf>

1. Introduzione

Saper comunicare e argomentare ha assunto negli ultimi anni un ruolo sempre più importante tra le competenze fondamentali da sviluppare nella formazione degli studenti ed è universalmente riconosciuto (*United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization* [UNESCO], 2015, 2016; Kozma, 2008). In particolare ne è riconosciuto il contributo fondamentale per assicurare un'educazione inclusiva ed equa per qualità, dichiarando che «oltre alla padronanza di abilità lavorative specifiche, l'enfasi deve essere posta sullo sviluppo di abilità cognitive e non cognitive trasferibili di alto livello, come la risoluzione dei problemi, il pensiero critico, la creatività, il lavoro di squadra, le abilità di comunicazione e la risoluzione dei conflitti, che possono essere utilizzate in una serie di campi professionali» (UNESCO, 2016, p. 43). Lo testimonia anche il fatto che nei diversi programmi scolastici nazionali, e di conseguenza nei quadri di riferimento delle indagini a livello internazionale, lo sviluppo della competenza comunicativa e argomentativa appare oggi come un traguardo di apprendimento cruciale, trasversale e transdisciplinare da perseguire in tutto il percorso educativo partendo dai primi anni scolastici.

In ambito matematico i processi comunicativi, in particolare quelli argomentativi, creano difficoltà di vario genere agli allievi di ogni ordine di scolarità. Lo evidenziano i risultati delle prove standardizzate a livello cantonale, nazionale e internazionale, in cui i quesiti che richiedono tali tipi di prestazioni, ottengono risultati spesso peggiori rispetto agli altri tipi di domande o vengono lasciati in bianco in percentuali molto significative.

Le difficoltà degli studenti nel comunicare e argomentare derivano da una tradizione didattica che non dà attenzione a tale aspetto di competenza quando si insegna matematica, divenuto importante in modo esplicito per questa disciplina solo negli ultimi decenni. I momenti comunicativi e argomentativi in classe sono infatti generalmente ancora oggi sporadici, poco strutturati e consapevoli, e a volte delegati solo agli studenti considerati più competenti. Va inoltre considerato che, attualmente, un problema aperto della ricerca in didattica della matematica è quello di trovare criteri efficaci e condivisi per valutare le competenze comunicative e argomentative degli studenti, che non tengano conto solo della correttezza o meno del sapere, ma anche dell'adeguatezza e dell'efficacia degli aspetti linguistici necessari a esprimere il ragionamento sotteso. Per poterli definire, così come per poter definire metodologie, strumenti, e proposte didattiche efficaci per far evolvere le competenze degli studenti, occorre un lavoro sinergico e congiunto tra matematica e linguistica. Sull'unione di questi due sguardi per analizzare il processo di insegnamento-apprendimento della matematica si vedano i lavori portati avanti da anni da Demartini e Sbaragli; in particolare il testo conclusivo del progetto (Sbaragli & Demartini, 2021) del Fondo Nazionale Svizzero per la Ricerca Scientifica (FNS) *Italmatica. Comprendere la matematica a scuola, fra lingua comune e linguaggio specialistico* (progetto 176339 – <https://www.supsi.ch/dfa/ricerca/progetti/in-evidenza/italmatica.html>).

2. L'importanza di comunicare e argomentare in matematica a livello istituzionale

Il processo "Comunicare e argomentare" si inserisce in un attuale filone di ricerca particolarmente significativo nell'ambito della didattica della matematica, che riconosce la stretta correlazione tra sviluppo della competenza matematica e sviluppo delle competenze linguistico-comunicative, individuando nelle scarse competenze a questi livelli una delle cause di difficoltà in matematica. La centralità dell'interazione in classe e delle pratiche argomentative in matematica è ampiamente illustrata in Schwarz & Baker (2017), mentre il volume *Language and Communication in Mathematics Education* (Moschkovich et al., 2018) si apre proprio con la messa in evidenza della centralità del linguaggio e della comunicazione nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica e, contemporaneamente, con la constatazione che molte importanti questioni di ricerca sul tema sono tutt'ora aperte. Si sottolinea di conseguenza l'importanza di promuovere ricerche che sviluppino "cross-disciplinary perspectives". Dal canto loro, le recenti ricerche linguistico-educative sostengono l'importanza di prospettive interdisciplinari di lavoro, in quanto la lingua è un necessario strumento trasversale alle varie materie di studio (sull'italiano, Colombo & Pallotti, 2014; più in generale, Beacco et al., 2016).

In ambito educativo internazionale, saper comunicare e argomentare sono oggi considerate tra le competenze trasversali principali da sviluppare per il futuro cittadino. Nel documento "Four Cs 21st century skills" (National Education Association, 2015), la comunicazione, e in particolare l'argomentazione, assumono un ruolo sempre più importante tra le competenze fondamentali da sviluppare nella formazione degli studenti affinché maturino capacità critiche e comunicative, vitali per riuscire a scuola e soprattutto nella vita di tutti i giorni, in un mondo sempre più complesso. Le conseguenze delle difficoltà a saper gestire la comunicazione e a saper argomentare in ambito scientifico si sono rivelate in tutto il loro peso proprio nel recente periodo: la comunicazione di massa intorno alla pandemia è stata caratterizzata fortemente dall'uso di grafici, tabelle e indici matematici, e abbiamo assistito da una parte a un rifiuto di avvicinarsi a tale comunicazione, dall'altra a una diffusa cattiva interpretazione di essa, con conseguente sviluppo di argomentazioni non solo discutibili, lacunose e fallaci, ma propriamente anti-scientifiche e dunque pericolose. Da questo punto di vista si veda il numero speciale della rivista *Educational Studies in Mathematics* (Chan et al., 2021) e in particolare il contributo di Krause et al. (2021).

Non è un caso che, come già anticipato, nelle indicazioni e nei piani scolastici nazionali, nonché nei vari quadri di riferimento delle indagini internazionali, lo sviluppo di competenze comunicative e argomentative appaia oggi come un traguardo di apprendimento cruciale, trasversale e transdisciplinare da perseguire in tutto il percorso educativo partendo dai primi anni di scolarità. Al riguardo, può essere interessante richiamare le attese europee in merito alle competenze chiave per l'apprendimento permanente (*Gazzetta ufficiale dell'Unione europea*, 2006/962/EC), che sin dal 2006 collocano la competenza argomentativa sia nell'ambito della Comunicazione nella madrelingua come emerge dalla seguente citazione (p. 14),

«Le persone dovrebbero possedere le abilità per comunicare sia oralmente sia per iscritto in tutta una serie di situazioni comunicative e per sorvegliare e adattare la propria comunicazione a seconda di come lo richieda la situazione. Questa competenza comprende anche l'abilità di distinguere e di utilizzare diversi tipi di testi, di cercare, raccogliere ed elaborare informazioni, di usare sussidi e di formulare ed esprimere le argomentazioni in modo convincente e appropriato al contesto, sia oralmente sia per iscritto.»

sia in quello specifico della *Competenza matematica* (p. 15)

«Una persona dovrebbe disporre delle abilità per applicare i principi e processi matematici di base nel contesto quotidiano, nella sfera domestica e sul lavoro nonché per seguire e vagliare concatenazioni di argomenti. Una persona dovrebbe essere in grado di svolgere un ragionamento matematico, di cogliere le prove matematiche e di comunicare in linguaggio matematico oltre a saper usare i sussidi appropriati.»

Il tema è centrale anche nello specifico contesto svizzero, dove da quasi quindici anni è in vigore un *Accordo intercantonale sull'armonizzazione della scuola obbligatoria*¹. Oltre agli obiettivi di armonizzazione strutturale dei vari sistemi educativi cantonali, questo accordo prevede che tutti i Cantoni abbiano, a livello di scuola obbligatoria, una visione armonizzata anche dei traguardi educativi, fissati in termini di aspetti di competenza fondamentali, declinati poi nello specifico per diverse discipline. Per quanto concerne la matematica, nel documento *Competenze fondamentali per la matematica. Standard nazionali di formazione* (Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione [CDPE], 2011) vengono esplicitati a livello svizzero due aspetti di competenza: "Presentare e comunicare" e "Argomentare e giustificare"; questi due aspetti di competenza sono stati considerati nella redazione dei piani di studio elaborati come conseguenza dell'armonizzazione dai diversi cantoni; in particolare, per quanto concerne il Canton Ticino, nel *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese* (Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport [DECS], 2015) è stato individuato un unico aspetto di competenza che li contempla entrambi: "Comunicare e argomentare". Oltre che nell'ambito matematico e in quello linguistico, in questo piano di studio il saper comunicare rientra anche tra le competenze trasversali alle varie discipline: questo ormai vale per i piani di studio e le indicazioni dei diversi Paesi, a conferma dell'importanza di tale aspetto di competenza.

La competenza argomentativa in matematica – con peculiarità che la identificano rispetto ad altre forme argomentative – compare da alcuni anni anche nelle rilevazioni standardizzate internazionali, come i framework PISA (OECD) (*Organization for economic co-operation and development* [OECD], 2017, 2018) e TIMSS (Lindquist et al., 2017). Nella versione draft del PISA 2021 *Mathematics Framework*, ad esempio, si esplicita come il ragionamento matematico sia «un modo per valutare e costruire argomentazioni, valutare interpretazioni e inferenze legate ad affermazioni e alla risoluzione di problemi» (OECD, 2018, p. 9). Anche nel TIMSS 2019 *Mathematics Framework* viene individuata all'interno della dimensione del ragionamento matematico «l'abilità di osservare ed elaborare congetture, [ma anche] strutturare deduzioni logiche basate su specifiche assunzioni e regole, e giustificare i risultati, [cioè] fornire argomentazioni matematiche per supportare una strategia o soluzione» (Lindquist et al., 2017, p. 24). Queste abilità, considerate nel costruire gli item di entrambe le rilevazioni, non vengono però poi valutate in modo esplicito a causa delle difficoltà ad avere in questo ambito dei criteri di valutazione efficaci, definiti e condivisi: il problema è proprio la mancanza di studi teorico-applicativi che consentano di elaborare una valutazione delle competenze comunicative e argomentative basata su criteri condivisi da parte di chi valida e corregge i quesiti nei diversi Paesi. Da questo punto di vista la ricerca è ancora da sviluppare, soprattutto se si vogliono considerare aspetti di analisi integrati matematici e linguistici insieme.

Nonostante le difficoltà di analisi, dalle valutazioni standardizzate si possono comunque ricavare dati significativi sulle difficoltà nel comunicare e argomentare. Tali difficoltà si riscontrano principalmente nelle richieste di spiegare in forma scritta il perché di un'affermazione, descrivere un procedimento risolutivo, giustificare una scelta o argomentare la correttezza o meno di determinate affermazioni: il dato che ne deriva, però, è semplicemente che vi sono argomentazioni scorrette o lacunose, ma senza l'esplicitazione dei criteri scelti per esaminarle o delle difficoltà rilevate. Ad esempio, nell'indagine internazionale PISA (OECD) 2003 rela-

1. Si tratta del concordato HarmoS del 2007, visionabile al link https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/HARMOS/documenti/HarmoS_i.pdf

tiva alla matematica, in cui gli allievi coinvolti erano di livello scolastico superiore, nelle domande che richiedevano un'argomentazione o più in generale risposte aperte di natura comunicativa, la media di omissioni calcolata su tutti i Paesi OCSE si attesta al 25% (Di Martino, 2017; Pozio, 2011). Anche l'analisi delle prove standardizzate di matematica di quarta elementare somministrate in Canton Ticino nel 2012 (Sbaragli & Franchini, 2014) ha evidenziato come, nelle domande aperte articolate volte a valutare il processo "Comunicare e argomentare", le percentuali di risposte corrette siano particolarmente basse (dal 19,9% al 31%); inoltre, i protocolli degli allievi hanno rivelato poca dimestichezza nel gestire dal punto di vista logico e linguistico i vari passi del ragionamento e la loro concatenazione. Un altro dato significativo emerge dall'analisi delle analoghe prove standardizzate di quinta elementare somministrate in Canton Ticino nel 2015 (Sbaragli & Franchini, 2018): un'alta percentuale di omissioni (dal 31,7% al 52,8%) si registra in particolare nelle domande che richiedono una risposta aperta articolata. Difficoltà ancora più evidenti emergono dall'analoga rilevazione avvenuta in Canton Ticino nel 2021, sempre svolta con allievi di quinta elementare, che mette in evidenza come il processo "Comunicare e argomentare", associato all'ambito geometrico, sia tra i più complessi da essere gestito. In questa somministrazione le percentuali di risposte corrette sono variate dall'11,3% al 70,1%, dove in genere le percentuali più alte sono ottenute in domande a risposta chiusa. Riscontri analoghi si ritrovano nei risultati delle prove INVALSI in Italia, in cui le rilevazioni del 2012 riguardanti alunni dalla prima media fino alla seconda superiore hanno rivelato come le difficoltà emerse in alcune domande non fossero particolarmente riconducibili a un ambito disciplinare o tematico specifico, bensì alla richiesta stessa di attivare processi cognitivi e linguistici legati all'argomentazione o ad altre richieste comunicative, come descrivere o spiegare (Bassani et al., 2012; Garuti et al., 2012).

3. Comunicare e argomentare in didattica della matematica

Tra i vari studi di didattica della matematica riguardanti il processo "Comunicare e argomentare", va ricordato l'interessante lavoro di Radford e Demers (2006), che pone proprio al centro la dimensione della comunicazione in matematica, guardando ai benefici in termini di apprendimento. In particolare, la lingua gioca un ruolo determinante nella costruzione concettuale, in quanto, anche in matematica così come in altri ambiti conoscitivi, non è solo un mezzo per trasmettere, ma uno strumento di riflessione (come approfondito in Sfard, 2000, 2009). Ne deriva, per gli autori, la necessità di indagare la competenza "Comunicazione in matematica" provando a scinderla in criteri che includono specifici descrittori, alcuni dei quali vertono proprio su aspetti espressivi (pp. 19–23). La visione degli autori (ricordiamo anche Radford 2002, 2006; Radford et al., 2009) permette di arricchire l'approccio cognitivista dalla comunicazione di alcuni elementi fondamentali per la ricerca in didattica. La comunicazione, negli studi classici, è infatti modellizzata come interazione di una serie di elementi (mittente, ricevente, messaggio, contesto, canale, codice) e funzioni, ma nulla viene detto in ottica di costruzione del sapere; invece, le situazioni comunicative, se ben sfruttate, sono esse stesse occasioni di apprendimento, sia considerando la visione socio-costruttivista, sia pensando alla trasformazione delle conoscenze che avviene nello scrivente consapevole durante l'atto di scrittura (Bereiter & Scardamalia, 1995). In questo senso, è necessario non trascurare anche la complessità e la varietà della semiotica della matematica anche in prospettiva educativa (accogliendo le prospettive di lavori come Radford et al., 2008).

In matematica, pensando alle richieste linguistiche ricorrenti a scuola, in particolare in forma scritta, *comunicare* significa realizzare consapevolmente atti linguistici adeguati ed efficaci per raggiungere il loro fine, atti che assumono la forma di richieste come *descrivere*, *spiegare*, *illustrare*, *definire*, ma anche i più generici verbi scrivere o dire; più specificamente argomentative (sull'argomentare torneremo nei capoversi successivi) sono richieste quali *motivare*,

giustificare, argomentare e così via: insomma, una “foresta” di richieste linguistiche fra cui spesso non è semplice districarsi per gli allievi, ai quali sovente non è davvero chiaro che cosa il docente si aspetti. Chiamarli *atti* linguistici non è casuale, ma significa considerare, in ottica pragmatica, come spesso sia riduttivo considerarli solo dal punto di vista del contenuto, in quanto sono vere e proprie azioni comunicative: concretamente, ci sono infatti un mittente che farà magari fatica ad articolare una risposta, un destinatario che la leggerà, una valutazione che avrà delle conseguenze. Il contenuto, la matematica, è dunque solo una parte, mentre la lingua è il mezzo imprescindibile.

Al riguardo, per quanto concerne il contesto italofono, sono punto di riferimento i lavori di Pier Luigi Ferrari (2021), che si muove appunto in un quadro pragmatico (secondo cui la lingua, anche nel rispondere a un quesito matematico, realizza sempre atti che si svolgono in un determinato contesto, da cui sono influenzati) e funzionalista (per cui, attingendo da Halliday 1985 e 2004, la lingua realizza sempre diverse funzioni: ideazionale, interpersonale e testuale). Questi approcci offrono una visione adeguatamente complessa, e anche elementi concreti per l'analisi delle produzioni, come la considerazione dei vari registri di rappresentazione o il ruolo degli impliciti e delle inferenze (si vedano Rocci & Pollaroli, 2018 e Oswald et al., 2020); tali prospettive possono poi essere arricchite ulteriormente con specifici contributi derivanti da studi linguistici, in particolare il quadro teorico della linguistica del testo (A. Ferrari, 2014, 2019) e sui linguaggi specialistici (Gualdo & Telve, 2011). A livello di ricognizione degli studi possono inoltre essere considerati sia riferimenti teorici di vasta portata (ad esempio Halliday, 1970, 1989, per gli aspetti socio-semiotici e funzionali del linguaggio; Austin, 1962 e Grice, 1975, per quelli pragmatici, seguendo gli studi di Sbisà, 1999, 1989/2009), sia contributi orientati all'argomentazione in generale (lavori come Ellero, 2017, Lo Cascio, 1991 e Van Eemeren & Grootendorst, 2004/2008) e in didattica (quali Desideri, 1991, ed esperienze didattiche come quelle presenti in Colombo, 1992 e De Renzo & Piemontese, 2016). Per affinare gli strumenti di analisi, possono inoltre essere esaminate ulteriori esperienze interdisciplinari condotte in ambito italofono e non, come Corneli et al. (2019), Kosko & Zimmermann (2019), Meyer & Schnell (2020), Prediger & Hein (2017) e Sampson & Clark (2008).

All'interno della comunicazione assume oggi particolare importanza la dimensione specifica dell'argomentare in tutti i campi del sapere, sicuramente sostenuta anche dalle riflessioni attivate da circa trent'anni dalla ricerca in didattica della matematica. Gli studi considerati di base sono quelli di Perelman e Olbrechts-Tyteca (1958/2013) e di Toulmin (1958/1975), che hanno da un lato contribuito a fondare una nuova disciplina, la *teoria dell'argomentazione*, i cui oggetti di studio sono «le tecniche discorsive atte a provocare o accrescere l'adesione delle menti alle tesi che vengono presentate al loro assenso» (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 1958/2013, p. 6); dall'altro hanno fornito la base su cui fondare le discussioni circa i collegamenti fra argomentazione in senso classico e argomentazione nell'apprendimento della matematica. Tali discussioni hanno infatti consentito ai didatti della matematica di riflettere sul ruolo del linguaggio naturale e dell'argomentazione nell'apprendimento di tecniche e di ragionamenti, ma anche, ad esempio, sul problema della possibilità e delle condizioni di un passaggio dall'argomentazione alla dimostrazione. Quest'ultimo è uno dei temi maggiormente dibattuti da alcuni decenni nella ricerca in didattica della matematica e ha prodotto una vasta letteratura che tiene conto del passaggio da pratiche argomentative quali il congetturare, la ricerca di esempi o controesempi, alla più formale e compiuta “prova matematica” intesa nel senso di Balacheff (1988, 2001)² e all'importante tema della dimostrazione. Può essere utile ri-

2. Le prove matematiche vengono distinte da Balacheff in *prove pragmatiche* fondate sull'azione effettiva operata su rappresentazioni di oggetti matematici e in *prove intellettuali*, ossia prove staccate dall'azione ed espresse tipicamente attraverso delle condotte linguistiche che esprimono gli oggetti, le loro proprietà e le relazioni in gioco. Nelle prove intellettuali si tende ad abbandonare il cosiddetto *linguaggio della familiarità*, presente nelle prove pragmatiche, che porta il segno del tempo e della durata di colui che agisce e del contesto della sua azione per assumere sempre

cordare che Balacheff (1988) e Duval (1998), fra argomentazione e dimostrazione, evidenziano distanze rispettivamente di tipo cognitivo e linguistico da un lato, di tipo sociale ed epistemologico dall'altro. In particolare l'argomentazione può essere definita come un «processo che "aiuta" l'interlocutore a riconoscere qualcosa fornendo (direttamente o indirettamente) una opportuna giustificazione» (Rigotti & Greco, 2009, p. 4, tda): essa può essere interpretata dal punto di vista epistemologico come iperonimo di dimostrazione: in altre parole, l'insieme delle dimostrazioni rappresenta un sottoinsieme dell'insieme delle argomentazioni, il quale sarebbe formato dai due sottoinsiemi delle *argomentazioni dimostrative* e delle *argomentazioni non dimostrative*. Se nelle argomentazioni dimostrative possono comparire solo passaggi deduttivi, nelle argomentazioni non dimostrative possono comparire processi inferenziali diversi, quali, ad esempio, quelli di tipo induttivo (o abduttivo).

Queste innegabili differenze tra argomentazioni e dimostrazioni sono state poi rielaborate e integrate successivamente da diversi ricercatori, ad esempio, all'interno del costrutto chiamato dell'Unità Cognitiva (Boero et al., 1995, 1996; Garuti, 2003; Mariotti, 2006; Martinez & Pedemonte, 2014; Pedemonte, 2008; Radford & Demers, 2006; Stylianides et al., 2016), con il quale si sono voluti mettere in evidenza alcuni aspetti di continuità riguardanti in particolare la generazione, durante la produzione argomentativa, della congettura, ossia degli elementi che vengono poi utilizzati durante la costruzione della dimostrazione. In particolare, sono stati studiati il ricorso da parte degli studenti di tecniche argomentative, utilizzate prevalentemente come supporti euristici al ragionamento, incentrate su *esempi* sui quale operare congetture allo scopo di costruire concetti, o *controesempi* o *non-esempi* che portano a un conflitto di punti di vista e conducono a un confronto di argomenti che giustificano affermazioni contraddittorie o affermazioni contrarie su una data questione. Del ruolo fondamentale dell'esempio, del non-esempio e del controesempio nella produzione di argomentazioni matematiche parlano numerosi studi a livello internazionale (Antonini et al., 2011; Balacheff, 2001; Buchbinder & Zaslavsky, 2011; Pedemonte & Buchbinder, 2011; Watson & Mason, 2006). In Sbaragli et al. (2021) viene mostrato come nei libri di testo sono presenti quasi esclusivamente gli esempi sui quali si basano quasi tutte le argomentazioni previste per questi livelli scolastici e in rari casi i non-esempi (cioè, per menzionarne uno, il cerchio come non-esempio di poligono), mentre non sono presenti controesempi, non aiutando così gli allievi ad essere confrontati con un'ampia varietà di tecniche argomentative. In tutti questi lavori viene anche messa in evidenza l'importanza di sviluppare all'interno del processo di insegnamento-apprendimento occasioni perché gli studenti spieghino e descrivano i propri ragionamenti e sostengano le proprie tesi mettendole a confronto con quelle di altri (Mariotti, 2006, p. 196):

«l'incoraggiamento dell'impegno degli studenti nelle attività di dimostrazione deve essere integrato all'interno di attività di prova che avvengono in una dimensione sociale, nella quale gli studenti spiegano i propri argomenti ai propri compagni o all'intera classe, insegnante incluso, anche per convincere se stessi della loro verità.»

Più recentemente, all'interno della prospettiva "italmatica" che vede un'analisi congiunta linguistica e matematica delle situazioni d'aula, all'interno del progetto del FNS citato inizialmente, si è posta l'attenzione sul libro di testo scolastico di matematica per indagarne struttura, organizzazione e forme linguistico-comunicative tramite la raccolta e l'analisi di un corpus di testi in lingua italiana di scuola elementare e di scuola media, che abbiamo indagato partendo dal quadro della linguistica testuale (Demartini et al., 2020), concentrandoci sul tema "poligoni". I risultati d'insieme si trovano nel volume a cura di Sbaragli e Demartini (2021), che offre anche un ampio quadro teorico delle specificità del linguaggio della

di più tutti i tratti tipici del linguaggio specialistico della matematica. Non essendo il passaggio tra queste due prove scontato, l'autore delinea quattro tipi di prove che seguono la genesi evolutiva fino alla prova per eccellenza, la dimostrazione: *l'empirismo naif*, *l'esperienza cruciale*, *l'esempio generico* e *l'esperienza mentale* (Balacheff, 1987).

matematica. Ciò che di queste analisi è significativo in riferimento al processo “Comunicare e argomentare” sono le modalità comunicative adottate nei volumi per condurre l’allievo all’apprendimento di concetti matematici. Nello specifico, uno dei movimenti testuali più interessanti è quello *logico-argomentativo*, «che non offre semplici dichiarazioni, ma che accompagna il ragionamento del lettore nella costruzione del sapere o che comunque cerca di favorire l’interiorizzazione di esso attraverso prove, sperimentazioni (concrete o simulate) e confronti finalizzati a comprendere e a supportare un’asserzione» (Demartini et al., 2020, p. 168; si veda anche Sbaragli et al., 2021).

Lo studio delle parti *logico-argomentative* dei testi e di come esse evolvono al crescere della scolarità offre un ulteriore tassello per riflettere, in prospettiva, sulle competenze argomentative degli allievi: i testi, infatti, si offrono inevitabilmente come modelli, anche se non unici, e come interlocutori nel processo didattico. In particolare, sono state identificate tre modalità logico-argomentative: la prima, più presente nei primi anni di scolarità, consiste nel richiedere all’allievo di realizzare azioni concrete (funzione *far fare*); la seconda, presente nei testi di tutti gli anni scolastici considerati, propone all’allievo di seguire un’azione già svolta nel libro, o di immaginare una situazione per interiorizzare un concetto matematico (funzione *far immaginare*); la terza è principalmente presente nei testi per la scuola media, e fa muovere l’allievo su un piano unicamente concettuale (funzione *far astrarre*). Oltre ai tipi argomentativi presenti, la ricerca ha messo in luce alcuni aspetti lacunosi nelle argomentazioni dei testi, e una diffusa mancanza di gradualità nel cambiamento delle modalità argomentative al crescere della scolarità: in particolare si verifica un brusco salto dalle modalità argomentative più concrete a quelle più astratte, poco giustificabile, se si considerano i tempi naturali della maturazione cognitiva degli allievi (tra la terza e la quarta elementare le argomentazioni basate su un *far fare* concreto scendono dall’86,44% al 52,05%, mentre nella transizione dalla quinta elementare alla prima media il calo è ancora più marcato: dal 60,43% al solo 3,01%).

A partire dal corpus del progetto FNS *Italmatica* si è anche evidenziata la forte presenza e varietà della componente multimodale dei libri scolastici di geometria, osservando come le scelte multimodali possono favorire o ostacolare la comprensione dei concetti, risultando in alcuni casi incoerenti rispetto al testo verbale, oppure incomplete o inefficaci (Canducci et al., 2021; Sbaragli & Demartini, 2021). Se si considera che i testi sono parte integrante della formazione disciplinare, questi rilievi risultano importanti in chiave didattica. Diventa infatti rilevante riflettere in modo approfondito sulle modalità didattiche con cui sostenere gli allievi nello sviluppo di competenze comunicative e argomentative via via sempre più funzionali all’apprendimento e alla comunicazione della disciplina, modificando in modo appropriato i materiali circolanti, libri di testo compresi.

Questi lavori hanno fornito le basi teoriche e concettuali di molte delle attuali ricerche in didattica della matematica che affrontano il tema della comunicazione, soprattutto nella sua dimensione argomentativa, focalizzandosi principalmente sulla sperimentazione e sull’analisi di situazioni dialogiche in classe.

Bibliografia

- Antonini, S., Presmeg, N., Mariotti, M. A., & Zaslavsky, O. (2011). On examples in mathematical thinking and learning. *ZDM – Mathematics Education*, 43(2), 191–194. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0334-5>
- Austin, J. L. (1962). *How to do things with words*. Oxford University Press.
- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147–176.

- Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez les élèves de Collège*. Thèse d'état. Université Joseph Fourier.
- Balacheff, N. (2001). *Imparare la prova*. Pitagora.
- Bassani, P., Fioravanti, E., Pelillo, M., & Pozio, S. (2012). Le prove INVALSI di matematica nella prima e nella terza classe della scuola secondaria di primo grado (Prova nazionale). *Quaderni SNV – N. 3/2012 MAT*. S. https://www.invalsi.it/snvpn2013/documenti/Quaderni/Quaderni_SNV_N3_MAT.pdf
- Beacco, J. C., Fleming, M., Goullier, F., Thürmann, E., & Vollmer, H. (2016). *Le dimensioni linguistiche di tutte le discipline scolastiche. Una guida per l'elaborazione dei curricoli e per la formazione degli insegnanti*, Council of Europe (ed. orig. 2015). Disponibile come n. monografico di *Italiano LinguaDue*, v. 8, n. 1: <https://riviste.unimi.it/index.php/promoitals/article/view/7579/7352>
- Bereiter, C., & Scardamalia, M. (1995). *Psicologia della composizione scritta*. La Nuova Italia.
- Boero, P., Garuti, R., Lemut, E., Gazzolo, T., & Lladò, C. (1995). Some Aspects of the Construction of the Geometrical Conception of the Phenomenon of the Sun's Shadow. *Proceedings of the 19th PME Conference*, 3, 11–18.
- Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of the 20th PME Conference*, 2, 121–128.
- Buchbinder, O., & Zaslavsky, O. (2011). Is this a coincidence? The role of examples in fostering a need for proof. *ZDM – Mathematics Education*, 43(2), 269–281.
- Canducci, M., Rocci, A., & Sbaragli, S. (2021). The influence of multimodal textualization in the conversion of semiotic representations in Italian primary school geometry textbooks. *Multimodal Communication*, 10(2), 157–174. <https://doi.org/10.1515/mc-2020-0015>
- Chan, M. C. E., Sabena, C., & Wagner, D. (2021). Mathematics education in a time of crisis - a viral pandemic. *Educational Studies in Mathematics*, 108(1–2), 1–13. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10113-5>.
- Conferenza svizzera dei direttori cantonali della pubblica educazione. (2011). *Competenze fondamentali per la matematica*. <https://edudoc.ch/record/96785?ln=it>
- Colombo, A. (A cura di). (1992). *I pro e i contro. Teoria e didattica dei testi argomentativi*. La Nuova Italia.
- Colombo, A., & Pallotti, G. (A cura di). (2014). *L'italiano per capire*. Aracne.
- Corneli, J., Martin, U., Murray-Rust, D., Rino Nesin, G., & Pease, A. (2019). Argumentation Theory for Mathematical Argument. *Argumentation*, 33, 173–214.
- Demartini, S., Sbaragli, S., & Ferrari, A. (2020). L'architettura del testo scolastico di matematica per la scuola primaria e secondaria di primo grado, *Italiano LinguaDue*, 12(2), 160–180. www.italianolingua2.unimi.it
- De Renzo, F., & Piemontese, M. E. (A cura di). (2016). *Educazione linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline matematico-scientifiche*. Aracne.
- Desideri, P. (1991). Il testo argomentativo: processi e strumenti di analisi. In P. Desideri (A cura di), *La centralità del testo nelle pratiche didattiche - Quaderni del Giscel* (pp. 121–143). La Nuova Italia.
- Di Martino, P. (2017). Problem solving e argomentazione matematica. Didattica della matematica. *Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 1, 23–37. <https://doi.org/10.33683/ddm.17.1.2>

- Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport. (2015). *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese*. www.pianodistudio.ch
- Duval, R. (1998). *Argomentare, dimostrare, spiegare: continuità o rottura cognitiva?* Pitagora.
- Ellero, M. P. (2017). *Retorica. Guida all'argomentazione e alle figure del discorso*. Carocci.
- Ferrari, A. (2014). *Linguistica del testo. Principi, fenomeni, strutture*. Carocci.
- Ferrari, A. (2019). *Che cos'è un testo*. Carocci.
- Ferrari, P. L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi. Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. UTET.
- Garuti, R. (2003). L'Unità cognitiva fra argomentare e dimostrare. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 26A(5), 523–540.
- Garuti, R., Impedovo, M., Orlandoni, A., & Paola, D. (2012). Le prove INVALSI di matematica nella terza classe della scuola secondaria di primo grado (Prova Nazionale) e nella seconda classe della scuola secondaria di secondo grado. *Quaderni SNV – N. 4/2012 MAT*. https://www.invalsi.it/snvpn2013/documenti/Quaderni/Quaderni_SNV_N4_MAT.pdf
- Gazzetta ufficiale dell'Unione europea. (2006). *Raccomandazione del parlamento europeo e del consiglio del 18 dicembre 2006 relativa a competenze chiave per l'apprendimento permanente*. <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/IT/TXT/PDF/?uri=CELEX:32006H0962&from=EN>
- Grice, H. P. (1975). Logic and Conversation. In P. Cole & J. L. Morgan (Eds.), *Syntax and Semantics*, 3, *Speech Acts* (pp. 41–58). Academic Press.
- Gualdo, R., & Telve, S. (2011). *Linguaggi specialistici dell'italiano*. Carocci.
- Halliday, M. A. K. (1970). Language structure and language function. In J. Lyons (Ed.), *New horizons in linguistics* (pp. 140–165). Penguin.
- Halliday, M. A. K. (1985). *An introduction to functional grammar*. Arnold.
- Halliday, M. A. K. (1989). Functions of language. In M. A. K. Halliday & R. Hasan (Eds.), *Language, context and text: Aspects of language in a social-semiotic perspective*. Oxford University Press.
- Halliday, M. A. K. (2004). *The Language of Science*. Continuum.
- Kozma, R. B. (2008). *21st Century Skills, Education & Competitiveness: A Resource and Policy Guide*. Partnership for 21st Century Skills. <https://eric.ed.gov/?id=ED519337>
- Kosko, K. W., & Zimmerman, B. S. (2019). Emergence of argument in children's mathematical writing. *Journal of Early Childhood Literacy*, 19(1), 82–106.
- Krause, C. M., Di Martino, P., & Moschkovich, J. N. (2021). Tales from three countries: Reflections during Covid-19 for mathematical education in the future. *Educational Studies in Mathematics*, 108(1), 87–104. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10066-9>
- Lindquist, M., Philpot, R., Mullis, I. V. S., & Cotter, K. E. (2017). TIMSS 2019 Mathematics Framework. In I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Eds.), *TIMSS 2019 Assessment Frameworks* (pp. 11–25). TIMSS & PIRLS International Study Center. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>
- Lo Cascio, V. (1991). *Grammatica dell'argomentare. Strategie e strutture*. La Nuova Italia.
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Bero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 173–204). Sense Publishers.

- Martinez, M. V., & Pedemonte, B. (2014). Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 125–149.
- Meyer, M., & Schnell, S. (2020). What counts as a “good” argument in school? - how teachers grade students’ mathematical arguments. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 35–51.
- Moschkovich, J. N., Wagner, D., Bose, A., Rodrigues Mendes, J., & Schütte, M. (2018). *Language and Communication in Mathematics Education. International Perspectives*. Springer.
- National Education Association. (2015). *An educator’s guide to the “four Cs”*. Preparing 21st Century Students for a Global Society. <http://dl.icdst.org/pdfs/files3/od3e72e9b873e0ef2e-d780bf53a347b4.pdf>
- Organization for economic co-operation and development. (2017). *PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematic, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving*. OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264281820-en>
- Organization for economic co-operation and development. (2018). *PISA 2021 Mathematics framework (draft)*. OECD Publishing. <https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%202021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>
- Oswald, S., Greco, S., Miecznikowski, J., Pollaroli, C., & Rocci, A. (2020). Argumentation and meaning. *Journal of Argumentation in Context*, 9(1), 1–18.
- Pedemonte, B. (2008). Argumentation and algebraic proof. *ZDM – Mathematics Education*, 40(3), 385–400.
- Pedemonte, B., & Buchbinder, O. (2011). Examining the role of examples in proving processes through a cognitive lens: the case of triangular numbers. *ZDM – Mathematics Education*, 43(2), 257–267.
- Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (2013). *Trattato dell’argomentazione. La nuova retorica*. Giulio Einaudi editore (Titolo originale: *La nouvelle rhétorique. Traité de l’Argumentation* pubblicato nel 1958).
- Pozio, S. (2011). *La risoluzione di prove di competenza matematica. Analisi dei risultati italiani nell’indagine OCSE (Pisa, 2003)*. Nuova Cultura.
- Prediger, S., & Hein, K. (2017). Learning to meet language demands in multi-step mathematical argumentations: Design Research on a subject-specific genre. *European Journal of Applied Linguistics*, 5(2), 309–335.
- Radford, L. (2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14–23.
- Radford, L. (2006). Communication, apprentissage et formation du je communautaire. In B. D’Amore & S. Sbaragli (Eds.), *Il convegno del ventennale* (pp. 65–72). Pitagora.
- Radford, L., & Demers, S. (2006). *Comunicazione e apprendimento. Riferimenti concettuali e pratici per le ore di matematica*. Pitagora.
- Radford, L., Schubring, G., & Seeger, F. (A cura di). (2008). *Semiotics in Mathematics Education. Epistemology, History, Classroom, and Culture*. Brill.
- Rigotti, S., & Greco, E. (2009). Argumentation as an object of interest and as a social and cultural resource. In N. Muller-Mirza & A. N. Perret-Clermont (Eds.), *Argumentation and Education* (pp. 9–66). Springer.
- Rocci, A., & Pollaroli, C. (2018). Introduction: Multimodality in argumentation. *Semiotica*, 220, 1–17.

- Sampson, V., & Clark, D. (2008). Assessment of the ways students generate arguments in science education: Current perspectives and recommendations for future directions. *Science Education*, 92(3), 447–472.
- Sbaragli, S., Canducci, M., & Demartini, S. (2021). Le modalità logico-argomentative nei testi scolastici di geometria della scuola elementare e media in lingua italiana. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 9, 44–71. <https://doi.org/10.33683/ddm.21.9.3>
- Sbaragli, S., & Demartini, S. (A cura di). (2021). *Italmatica. Lingua e strutture dei testi scolastici di matematica*. Dedalo. <https://www.edizionidedalo.it/fuori-collana/italmatica.html>
- Sbaragli, S., & Franchini, E. (2014). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quarta elementare*. Dipartimento formazione e apprendimento. https://m4.ti.ch/fileadmin/DECS/DS/documenti/pubblicazioni/ricerca_educativa/2014-Valutazione_didattica_delle_prove_standardizzate_di_matematica_della_quarta.pdf
- Sbaragli, S., & Franchini, E. (2018). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quinta elementare*. Dipartimento formazione e apprendimento. <https://www.supsi.ch/dfa/pubblicazioni/risorse-didattiche-e-altre-pubblicazioni/didattica-matematica/prove-standardizzate>
- Sbisà, M. (1999). È implicito. Allora è importante. *Italiano&Oltre*, 1, 16–25.
- Sbisà, M. (2009). *Linguaggio, ragione, interazione. Per una pragmatica degli atti linguistici*. Edizione digitale: EUT Edizioni Università di Trieste. (Edizione originale pubblicata nel 1989).
- Schwarz, B., & Baker, M. (2017). *Contents*. In *Dialogue, Argumentation and Education: History, Theory and Practice*. Cambridge University Press.
- Sfard, A. (2000). Symbolizing mathematical reality into being: How mathematical discourse and mathematical objects create each other. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Sfard, A. (2009). *Psicologia del pensiero matematico. Il ruolo della comunicazione nello sviluppo cognitivo*. Erickson. (Titolo originale: *Thinking as Communicating. Human Development, the Growth of Discourses, and Mathematizing* pubblicato nel 2008).
- Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. In A. Gutiérrez, G. C. Leder & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315–351). Sense Publishers.
- Toulmin, S. E. (1975). *Gli usi dell'argomentazione*. Rosenberg & Sellier. (Titolo originale: *The uses of argument* pubblicato nel 1958).
- United nations educational, scientific and cultural organization. (2015). *Global Citizenship Education. Topics and learning objectives*. UNESCO publishing.
- United nations educational, scientific and cultural organization. (2016). *Education 2030: Incheon Declaration and Framework for Action for the implementation of Sustainable Development Goal 4: Ensure inclusive and equitable quality education and promote lifelong learning opportunities for all*. UNESCO publishing. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656>
- Van Eemeren, F. H., & Grootendorst, R. (2008). *Una teoria sistematica dell'argomentazione. L'approccio pragma-dialettico*. Mimesis (Titolo originale: *A systematic theory of argumentation: the pragma-dialectical approach* pubblicato nel 2004).
- Watson, A., & Mason, J. (2006). *Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples*. Routledge.